

A 2016 - SI MP.



École des PONTS ParisTech,  
ISAE-SUPAERO, ENSTA ParisTech,  
TÉLÉCOM ParisTech, MINES ParisTech,  
MINES Saint-Étienne, MINES Nancy,  
TÉLÉCOM Bretagne, ENSAE ParisTech (Filière MP).

CONCOURS 2016

**ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES**

(Durée de l'épreuve : 3 heures)  
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Sujet mis à la disposition des concours :  
Concours Commun TPE/EIVP, Concours Mines-Télécom, Concours  
Centrale-Supélec (Cycle international).

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente  
sur la première page de la copie :*

SCIENCES INDUSTRIELLES - MP

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Cet énoncé comporte 9 pages numérotées de 1 à 9 et un document annexe de 5 pages. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 9 pages distribué avec le sujet. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Les questions sont organisées au sein d'une progression logique caractéristique de la discipline. Certaines questions étant partiellement dépendantes, il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre. La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

## **Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC<sup>2</sup>E)**

L'objet de cette étude est un robot appelé MC<sup>2</sup>E utilisé en chirurgie endoscopique (**photo 1**). Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de **maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables** comme le corps humain.



*Photo 1 : Opération sur un mannequin*

L'objectif de ce sujet est d'analyser, de comprendre et de justifier les choix structurels faits par les ingénieurs. Pour cela, on se basera sur la démarche de l'ingénieur :

- Les exigences et/ou performances souhaitées sont spécifiées tout au long du sujet;
- Des modèles et résultats analytiques ou simulés sont mis en place ;
- Des résultats expérimentaux sont proposés.

A chaque fois, on cherchera à quantifier les écarts entre les différents résultats obtenus par simulation et/ou expérimentation et les exigences et/ou performances souhaitées. Les réponses apportées aux questions devront donc être rédigées dans cet esprit.

# 1 Présentation générale du système MC<sup>2</sup>E

**Objectif :** Analyser la structure matérielle du robot MC<sup>2</sup>E et la justifier vis-à-vis des exigences.

Le robot MC<sup>2</sup>E a été développé au sein du laboratoire de robotique de l'université Paris Diderot.

## 1.1 Contexte

Le MC<sup>2</sup>E est utilisé pour une opération dite de cholécystectomie qui consiste à enlever la vésicule biliaire (voir **annexe 1 figure 1**).

La pratique d'une cholécystectomie **sans** assistance robotique nécessite la présence d'un chirurgien qui manipule les instruments chirurgicaux et d'un assistant pour positionner l'endoscope (caméra permettant de visualiser en temps réel la zone opérée). Plus précisément, le chirurgien :

- tire d'une main avec un premier instrument chirurgical la vésicule pour dégager la zone de dissection ;
- utilise un deuxième instrument chirurgical, avec l'autre main, pour détacher la vésicule du foie.

Un assistant doit être présent pour manipuler l'endoscope à la demande du chirurgien. Cette opération nécessite donc trois points d'incision (voir **annexe 1 figure 1**) : deux pour les instruments chirurgicaux et un pour l'endoscope.

*Dans le contexte de l'opération **avec** assistance robotisée, le robot MC<sup>2</sup>E est utilisé comme une **troisième main pour tirer la vésicule à la place du chirurgien**, au fur et à mesure que ce dernier détache, d'une seule main, la vésicule du foie.*

Le chirurgien, ayant une main libérée, peut positionner seul l'endoscope sans faire appel à un assistant.

## 1.2 Structure matérielle du robot MC<sup>2</sup>E

Le MC<sup>2</sup>E présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. On donne en **annexe 2** une description simple du robot.

La particularité de cette cinématique est qu'elle laisse fixe le point de concours des axes de rotation qui correspond au point d'incision. Ce point fixe est le point où se situe le trocart (voir **annexe 1 figure 3**), élément qui sert d'interface entre l'abdomen du patient et l'instrument chirurgical du robot.

*Dans toute la suite du sujet, la classe d'équivalence cinématique liée à l'instrument chirurgical sera nommée pince et numérotée (4) pour simplifier les notations.*

Le lieu de l'opération peut alors être atteint grâce à l'axe en translation au bout duquel se situe la pince.

## 1.3 Mode opératoire

- Après avoir introduit le trocart, l'abdomen du patient est gonflé avec du CO<sub>2</sub>. Celui-ci se montrera alors aussi stable et rigide que possible pour la réussite de l'opération ;
- Le MC<sup>2</sup>E est positionné sur l'abdomen du patient. Celui-ci est maintenu en position grâce à des sangles. Les trois axes en rotation sont alors asservis en position constante ;
- La pince est introduite dans le trocart au travers d'un guide (étanche). Une phase de calibration du robot utile à la compensation de pesanteur démarre ;
- Le chirurgien amène la pince du MC<sup>2</sup>E qui doit tirer la vésicule lors de l'opération.

L'axe en translation du MC<sup>2</sup>E entre alors en fonctionnement : il est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri pour détacher la vésicule du foie. L'**annexe 1 figure 2** décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC<sup>2</sup>E.

**Q1 :** Justifier simplement le choix d'un robot à point de concours fixe des axes de rotation, notamment vis-à-vis de la position de ce point par rapport au patient.

## 2 Validation des performances statiques des motorisations

**Objectifs :**      *Modéliser et résoudre le comportement statique du MC<sup>2</sup>E.*  
                         *Valider par calcul simplifié de pré-dimensionnement la motorisation du MC<sup>2</sup>E.*

L'**annexe 3** fournit le schéma cinématique simplifié et précise à seul titre d'information le paramétrage de la position relative des différents solides.

Dans l'étude envisagée, les trois axes de rotation sont asservis en position angulaire et l'axe de translation de la pince (4) est asservi en effort. Ici, on va étudier le maintien en position réalisé par les trois axes de rotation. Dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur ainsi que les réactions dues aux efforts à l'extrémité de la pince (4).

### Hypothèses :

- Etant données la très faible amplitude des mouvements et leur faible évolution dans le temps, une étude quasi statique est suffisante ;
- Le point  $O_0 = O_{0,1,2,3}$  est supposé fixe ;
- Les actions mécaniques entre l'abdomen du patient et la pince (4) en  $O_0$  seront négligées. On considère donc qu'il n'y a pas de liaison et d'action mécanique transmissible associée ;
- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

### Modélisation des actions mécaniques :

- Le moteur M1 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont le moment est noté :  $\vec{C}_{m01} = C_{m01} \cdot \vec{z}_1$
- Le moteur M2 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (2) par rapport à (1), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (2) dont le moment est noté :  $\vec{C}_{m12} = C_{m12} \cdot \vec{z}_2$
- Le moteur M3 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (3) par rapport à (2), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (3) dont le moment est noté :  $\vec{C}_{m23} = C_{m23} \cdot \vec{z}_3$
- On admettra que le moteur M4 et son réducteur, mettant en mouvement la pince (4) par rapport à (3), permettent d'exercer un glisseur en  $O_4$  de résultante  $\vec{F}_{m34} = F_{m34} \cdot \vec{z}_3$
- L'action mécanique qu'exerce l'organe du patient sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté  $\{T_{ext \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{ext \rightarrow 4} = R_{ext \rightarrow 4} \cdot \vec{z}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_4}$  où  $O_4$  est le point de contact entre (4) et l'organe du patient.

**Q2 :** *Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer les expressions littérales des couples  $C_{m01}$ ,  $C_{m12}$ ,  $C_{m23}$  et de la résultante  $F_{m34}$  lors de la phase de maintien statique. Les calculs ne doivent pas être développés.*

### Modélisation simplifiée :

- On se place dans une configuration particulière telle que  $\theta_1 = 45^\circ$  et  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ . On donne pour cela les figures de calcul simplifiées sur le document réponse ;
- Le centre d'inertie équivalent de l'ensemble matériel (1+2+3+4) est noté  $G$ . Pour la configuration étudiée, la position de  $G$  est considérée telle que  $\vec{O_0G} = l \cdot \vec{z}_2$ . La masse totale de cet ensemble est notée  $M$ . On prend  $l = 5 \text{ cm}$ . Le champ de pesanteur est noté  $-g \cdot \vec{z}_0$  (avec  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ).

**Q3 :** Déterminer analytiquement en fonction de  $g$ ,  $l$ ,  $M$ ,  $\theta_1$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , l'expression littérale de  $C_{m01}$  lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique.

On s'intéresse à l'exigence 1.1.1 de l'**annexe 1 figure 2**. Le diagramme partiel de définition de blocs de l'**annexe 2 figure 2** fournit les informations et données numériques nécessaires à la question suivante.

**Q4 :** Vérifier la bonne tenue du moteur M1 en terme de couple statique. On détaillera le raisonnement mis en place.

### 3 Analyse partielle de la structure de régulation en position des axes en rotation

**Objectifs :** *Modéliser la structure de régulation en position d'un des axes en rotation.  
Valider le choix du capteur de position associé.*

Comme le précise l'exigence 1.1 de l'**annexe 1**, il est nécessaire de maintenir en position angulaire fixe les trois axes en rotation du MC<sup>2</sup>E. Pour chacun d'eux, on réalise un asservissement en position. Pour un seul axe, on se propose ici de construire le schéma-blocs de cette régulation.

#### Description de l'asservissement et notations :

- La position de consigne  $\theta_{1c}(t)$  est convertie en une tension image  $U_{1c}(t)$ , par l'intermédiaire d'un adaptateur de gain  $K_a$  ;
- L'angle de rotation  $\theta_m(t)$  du moteur est adapté par un réducteur de gain  $K_r$ , pour donner naissance à la position angulaire de sortie  $\theta_1(t)$ . Un codeur incrémental situé sur l'arbre moteur délivre, après traitement, une tension  $U_m(t)$  proportionnelle à l'angle de rotation  $\theta_m(t)$  du moteur. Son gain est noté  $K_c$  ;
- A partir de ces deux tensions, on génère un signal écart  $\varepsilon(t)$  qui sera ensuite corrigé. Le correcteur a pour fonction de transfert  $C(p)$  ;
- Il en résulte un courant de commande moteur  $I_m(t)$  qui donne naissance au couple moteur  $C_m(t)$  par l'intermédiaire d'un gain  $K_T$  ;
- La fonction de transfert liée à la dynamique du moteur et de la charge est notée  $M(p)$ . On donne  $M(p) = \frac{1}{J_t \cdot p}$  avec  $J_t$  inertie équivalente rapportée sur l'arbre moteur. La vitesse de rotation du moteur sera notée  $\Omega_m(t)$  ;
- Lors du fonctionnement, des perturbations extérieures agissent sur le système. Il en résulte un couple appliqué sur l'arbre moteur, noté  $C_r(t)$ .

**Q5 :** Compléter le schéma-blocs de cette chaîne fonctionnelle asservie. Quelle expression donner au gain de l'adaptateur  $K_a$  pour que l'asservissement soit correctement défini ?

**Q6 :** Proposer deux sources de perturbations extérieures agissant sur le système. Dire à chaque fois si la source envisagée est constante ou variable au cours du temps.

On s'intéresse à présent au codeur incrémental, monté sur l'arbre moteur. Le diagramme partiel de définition de blocs de l'**annexe 2** fournit les données nécessaires à la question suivante. On précise que ce codeur possède un traitement sur deux voies avec comptage des fronts montant et descendant. Cela le ramène donc, après traitement, à une résolution de 2048 impulsions par tour du moteur.

On s'intéresse à l'exigence 1.1.2 du diagramme d'exigences en **annexe 1 figure 2**.

**Q7 :** Déterminer la précision de mesure du codeur sur la position angulaire du moteur et conclure quant au choix du codeur retenu.

## 4 Validation des performances de l'asservissement d'effort

Lors de l'opération, il est essentiel de contrôler et réguler l'effort appliqué sur l'organe et donc indirectement l'effort fourni par le moteur M4. Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour la structure d'asservissement est donné **figure 1** :

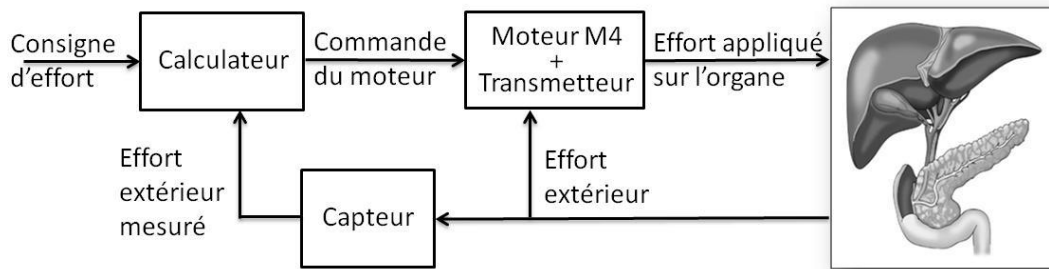


Figure 1 : Modèle de la commande en effort

A un effort de consigne va correspondre un effort appliqué sur l'organe pour l'extraire. C'est ce même effort qui est mesuré par le capteur d'effort. Celui-ci va alors générer un couple rapporté sur l'arbre du moteur M4.

On souhaite ici s'intéresser à la structure de commande retenue pour cette boucle d'asservissement. Les interactions avec l'organe étant par définition inconnues et complexes, on va régler le calculateur en se basant sur un montage d'essai mettant en interaction la pince (4) avec un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule).

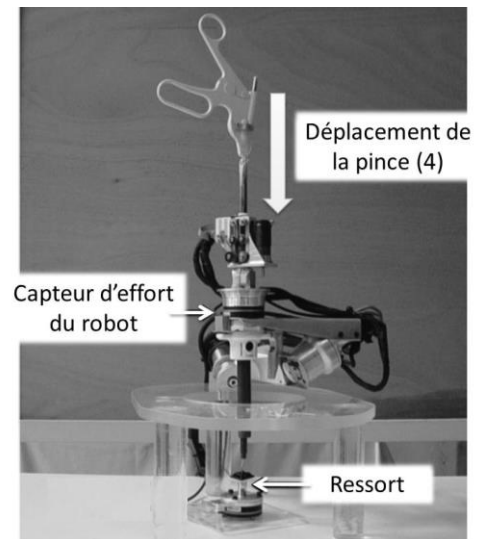


Photo 2 : Montage d'essai

Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour cette étude est donc le suivant :

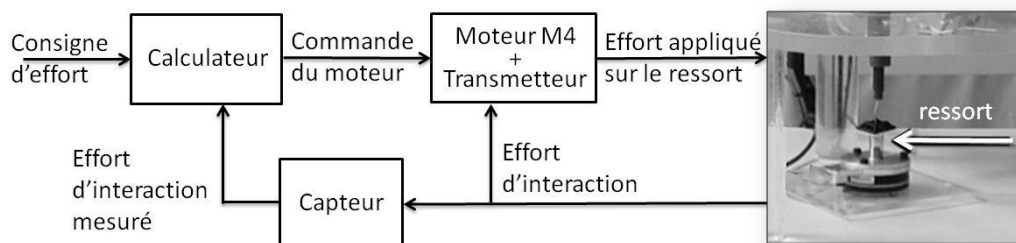


Figure 2 : Modèle de la commande en effort

## 4.1 Equation de mouvement

**Objectif :** Pour le montage d'essai, modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.

La transmission d'effort est représentée sur l'**annexe 4**. Un schéma cinématique simplifié minimal de cet axe pour cette étude est proposé en **annexe 5**.

### Hypothèses :

- Les axes de rotation du MC<sup>2</sup>E sont asservis en position. En conséquence, les repères liés aux solides (1), (2) et (3) de l'**annexe 3** seront supposés fixes par rapport au repère lié au bâti (0) dont le repère associé est supposé galiléen ;
- L'instrument chirurgical est vertical ;
- Toutes les courroies sont inextensibles, il n'y a pas de glissement entre les galets et les courroies ;
- Tous les galets  $G_i$  ont même rayon noté  $R_g$  et roulent sans glisser sur la pince (4) au niveau des points  $I_1$  à  $I_6$  ;
- La poulie réceptrice est liée à un pignon. Ce pignon entraîne un deuxième pignon de même rayon primitif pour assurer la transmission de puissance. Il n'y a pas de glissement en leur point de contact.

**Remarque :** Dans la suite, toutes les vitesses sont définies par rapport au bâti (0).

### Modélisation simplifiée du problème :

- La vitesse de rotation du rotor moteur M4 par rapport à son stator fixe (lié au bâti (0)) est notée  $\omega_m \cdot \vec{x}_0$  où  $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$  (vitesse de rotation avant réducteur) ;
- La poulie motrice a un rayon  $R_i$  et tourne à la vitesse  $\omega_i(t)$  (vitesse de rotation après réduction) ;
- La poulie réceptrice a un rayon  $R_e$  et tourne à la vitesse  $\omega_e(t)$  ;
- Les deux pignons en contact ont même rayon primitif, supposé égal à  $R_e$  ;
- Le couple du stator sur le rotor du moteur M4 est noté  $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$  ;
- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté  $\{T_{\text{ressort} \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{\text{ressort} \rightarrow 4} = -k \cdot z(t) \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_4}$  où  $O_4$  est le point de contact entre la pince (4) et le ressort,  $k$  la raideur du ressort et  $z(t)$  la variation de position de l'extrémité de (4) autour de la position d'équilibre ;
- On note  $\vec{V}(O_4, 4/0) = v(t) \cdot \vec{z}_0 = \frac{dz(t)}{dt} \cdot \vec{z}_0$  ;
- Les masses des courroies sont négligées.

### Données :

- $I_m$ , moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe de rotation ;
- $I_r$ , moment d'inertie du réducteur par rapport à son axe de rotation de sortie ;
- $I_i$ , moment d'inertie de la poulie, de rayon  $R_i$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $I_e$ , moment d'inertie de la poulie, de rayon  $R_e$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $I_p$ , moment d'inertie de chaque pignon, de rayon  $R_e$ , par rapport à son axe de rotation ;

- $I_g$ , moment d'inertie de chaque galet  $G_i$ , de rayon  $R_g$ , par rapport à son axe de rotation ;
- $m_4$ , masse de la pince (4) ;
- $r = \frac{\omega_i}{\omega_m}$ , rapport de réduction constant du motoréducteur.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante :

$$J \cdot \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t) - C_p(t)$$

Avec :

- $J$ , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$ , couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs **hors pesanteur** ramené à l'arbre moteur et qui est notamment fonction de la raideur du ressort ;
- $C_p(t)$ , couple constant ramené sur l'arbre moteur, lié aux seules actions mécaniques de pesanteur.

**Q8 :** Déterminer la relation entre  $v(t)$  et  $\omega_m(t)$ . Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation qui existe entre  $z(t)$  et  $\theta_m(t)$ .

**Q9 :** Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à (0). Définir l'inertie équivalente  $J$  ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de  $m_4$  et des données géométriques.

**Q10 :** Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.

**Q11 :** Par l'application du théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression des termes  $C_e(t)$  et  $C_p(t)$  en fonction des données du problème et de  $\theta_m(t)$ .

## 4.2 Modèle de connaissance de l'asservissement

**Objectif :** Modéliser l'asservissement en effort.

**Hypothèse :** La fonction  $C_p(t)$  de transformée de Laplace  $C_p(p)$  est considérée comme étant un échelon  $C_p(t) = C_{p0} \cdot u(t)$  où  $u(t)$  est la fonction de Heaviside (échelon unitaire).

Pour la suite, on notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$ ,  $C_e(p)$  et  $C_p(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement.

Lors de l'asservissement en effort, il faut que l'effort mesuré soit le plus proche possible de l'effort que génère la pince (4) sur le ressort. Une étude non détaillée ici montrerait qu'il faut que le MC<sup>2</sup>E soit asservi avec compensation de la pesanteur sur son axe en translation.

Cette compensation est faite de façon logicielle en temps réel. Le but de cette compensation est d'annuler l'effet du terme  $C_p(p)$  sur l'axe moteur. On notera  $C_{comp}(p)$  le couple calculé en temps réel par l'algorithme de compensation de pesanteur.

**Q12 :** Dans ces conditions, compléter le schéma-blocs du document réponse pour réaliser la compensation de pesanteur.

Après compensation, l'équation du mouvement se simplifie donc et devient :  $J \cdot \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$

De plus, on pose  $C_e(t) = K_{C\theta} \cdot \theta_m(t)$  où  $K_{C\theta}$  est une constante positive.



La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié **figure 3** que l'on admettra :

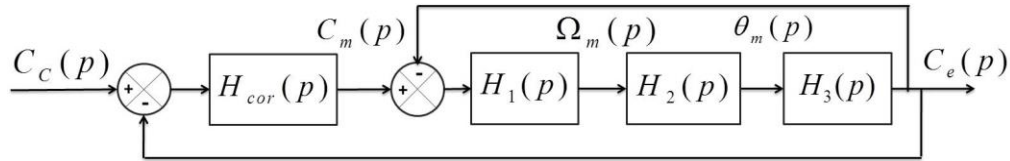


Figure 3 : Schéma-blocs de la régulation en effort

Avec :

- $C_e(p)$ , couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC<sup>2</sup>E ;
- $C_c(p)$ , couple de consigne ;
- $C_m(p)$ , couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$ , fonction de transfert du correcteur.

Dans un premier temps, on prendra  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Q13 :** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Q14 :** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort. Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné **figure 4** :

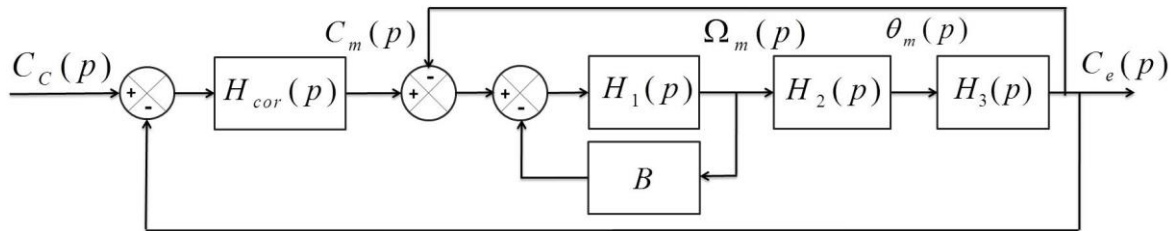


Figure 4 : Régulation avec retour tachymétrique

**Q15 :** Donner l'expression analytique de la fonction de transfert  $G(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)}$  en fonction de  $J$ ,  $B$  et  $K_{C\theta}$ .

On règle  $B$  de telle façon que la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $H_{cor}(p) = 1$  puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot p)^2}$

**Q16 :** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

Les exigences du cahier des charges sont données en **annexe 1 figure 2** (exigences 1.2.1.1 à 1.2.1.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation peut ainsi se mettre sous la forme de la **figure 5** :

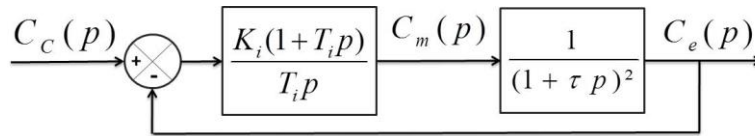


Figure 5 : Régulation avec correcteur PI

**Q17 :** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée

d'ordre 2 de la forme : 
$$\frac{K_{BF}}{1 + 2 \frac{\xi_{BF}}{\omega_{0BF}} p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$$

**Q18 :** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

On s'intéresse à présent au choix de la seule valeur  $K_i$  pour le correcteur.

Sur le document réponse sont tracées les courbes de la réponse fréquentielle en boucle ouverte pour  $K_i = 1$  et les réponses fréquentielles en boucle fermée pour différentes valeurs de  $K_i$ .

**Q19 :** En reportant les tracés nécessaires sur le document réponse et en utilisant les **abaques 1 et 2** du document réponse, proposer un choix de réglage pour  $K_i$  permettant de vérifier toutes les performances.

**Q20 :** Remplir le tableau du document réponse et conclure sur la validation des critères de performance. Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

## 5 Etude des performances en régulation d'effort lors de l'opération

**Objectifs :** Analyser les résultats expérimentaux liés à l'implantation de la loi de commande lors d'une opération.

Remettre en cause les hypothèses d'étude pour améliorer le modèle simulé.

La limitation d'effort est réalisée et la structure de régulation d'effort est implantée dans le calculateur. Un premier essai est réalisé sur un mannequin permettant de simuler des conditions proches des conditions réelles de l'opération. Pour cela, lors d'une opération, le patient doit être placé sous respirateur artificiel (fréquence du respirateur de l'ordre de 0,25 Hz).

On effectue donc un essai en imposant un effort de consigne de l'ordre de -0,5 N sur une vessie que l'on gonfle et dégonfle via le respirateur artificiel. On complète par ailleurs les exigences de l'asservissement par l'exigence 1.2.1.5 de l'**annexe 1 figure 2**.

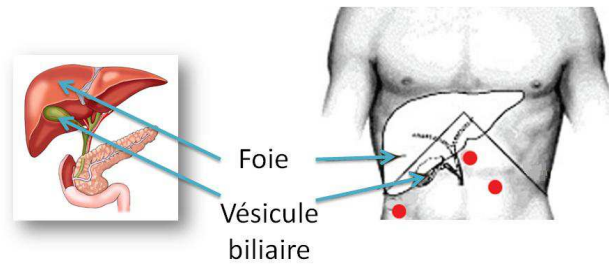
On enregistre lors de l'essai les courbes fournies sur le document réponse.

**Q21 :** En faisant les relevés nécessaires et en vous référant aux valeurs numériques précédentes, commenter qualitativement et quantitativement l'allure des courbes de position et d'effort. Rappeler qualitativement pourquoi il n'est pas tracé de position désirée sur ces courbes.

**Q22 :** A partir des phénomènes mis en évidence à la question 21, quelle hypothèse, admise tout au long du sujet, peut être remise en cause dans le cadre de cette étude simplifiée.

\*\* Fin de l'épreuve \*\*

## Annexe 1 : Présentation générale du système MC<sup>2</sup>E



Les points rouges représentent les points d'incision lors d'une opération sans MC<sup>2</sup>E

Figure 1 : Localisation du lieu de l'opération

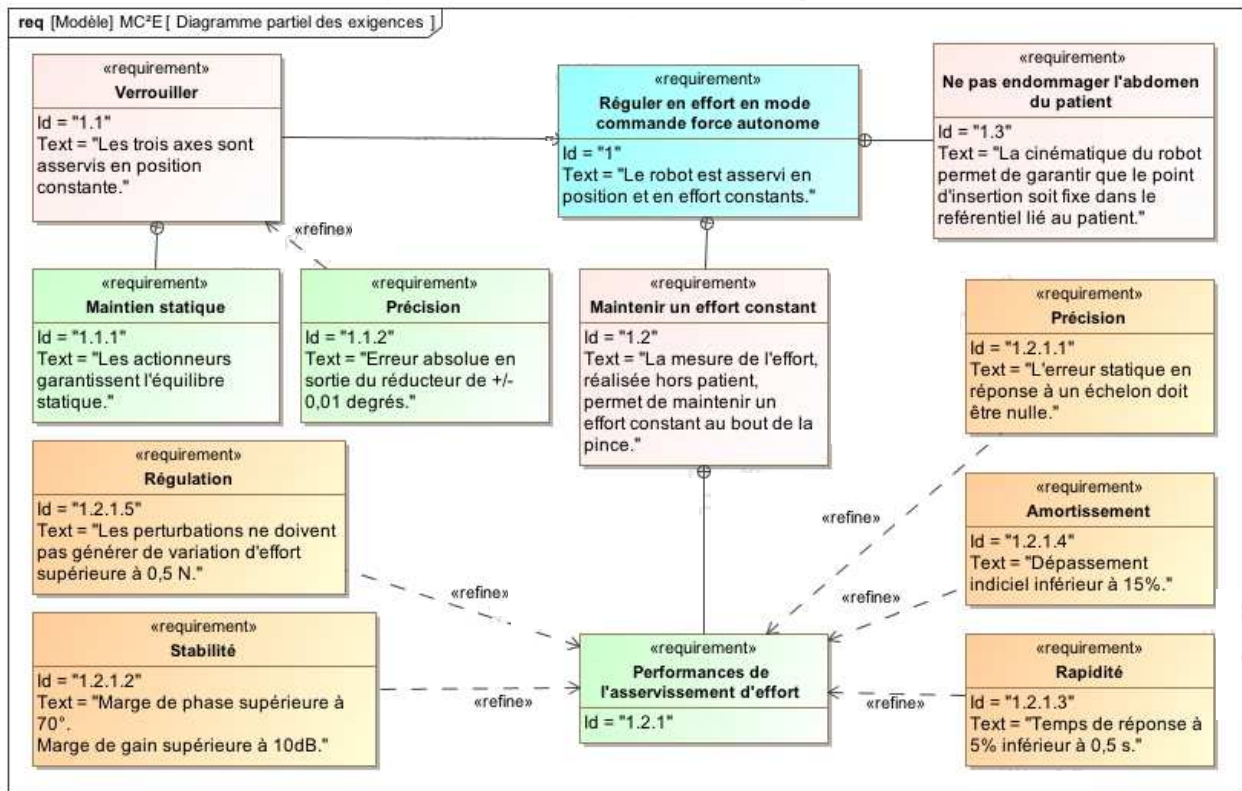


Figure 2 : Diagramme partiel des exigences

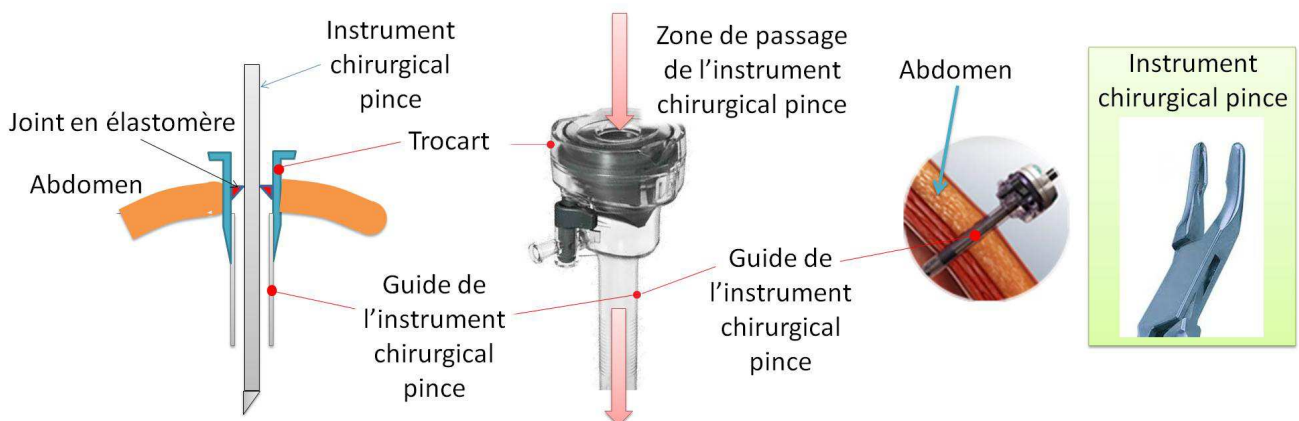


Figure 3 : Trocart et montage de l'instrument chirurgical pince

## Annexe 2 : Description simple du MC<sup>2</sup>E et de son axe en translation

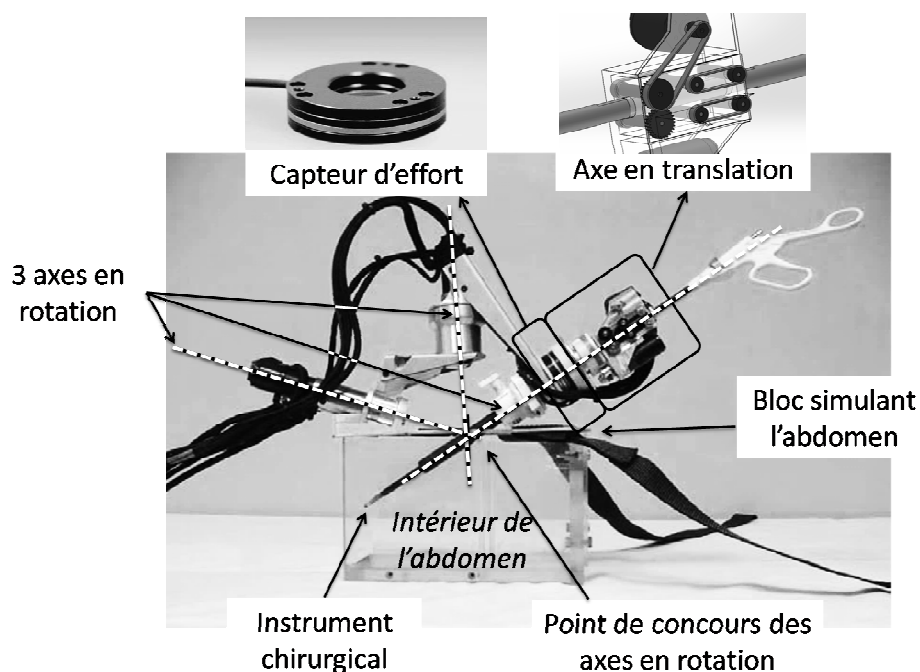


Figure 1 : Description simple du MC<sup>2</sup>E

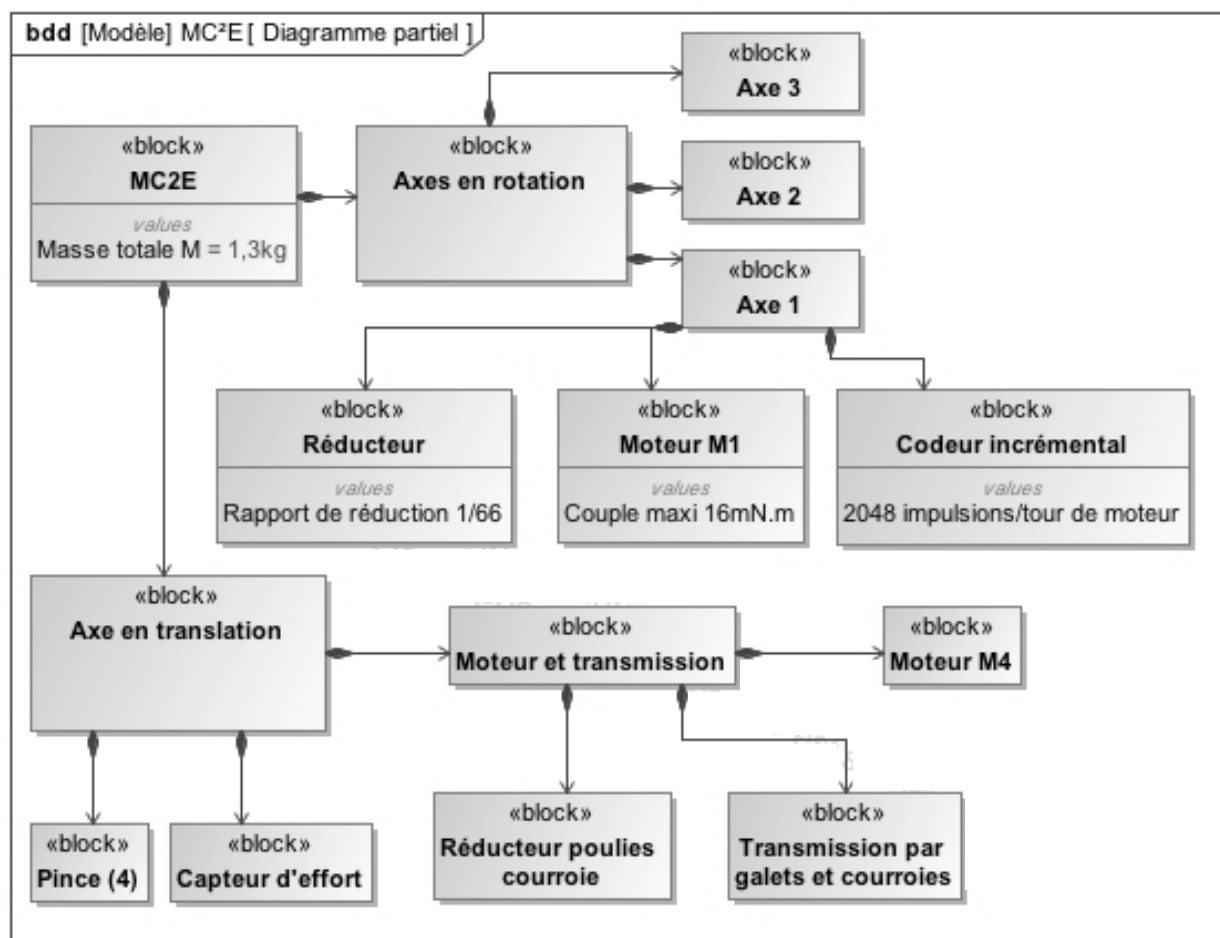
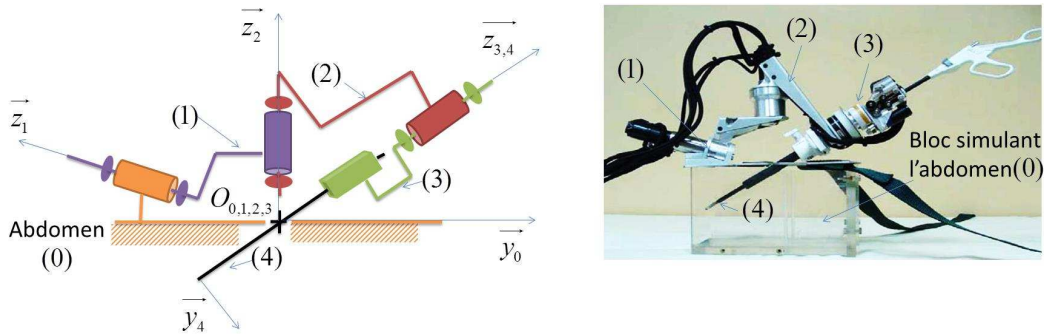


Figure 2 : Diagramme partiel de définition de blocs

## Annexe 3 : Schéma cinématique et paramétrage du MC<sup>2</sup>E



Le point fixe d'incision est noté  $O_0 = O_{0,1,2,3}$  et est aussi l'origine des trois repères liés aux classes d'équivalence cinématiques (1), (2) et (3). Le paramétrage de la position relative des différents solides dans l'espace est défini comme suit :

A l'abdomen (0), supposé fixe, est lié le repère  $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  où l'axe  $\vec{z}_0$  est l'axe vertical ascendant. Compte tenu de l'inclinaison de la liaison pivot entre (1) et (0), on définit un repère  $R'_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}'_0, \vec{z}'_0)$  lié à (0), tel que  $\alpha_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}'_0) = (\vec{z}_0, \vec{z}'_0) = 70^\circ$ .

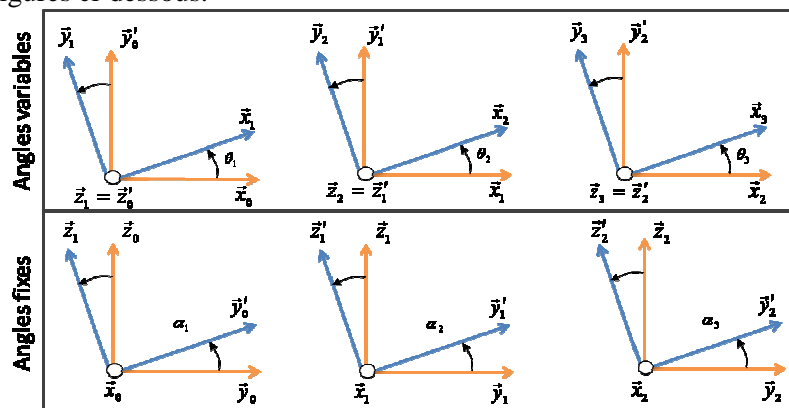
On procède de même pour le paramétrage de la position relative des différents solides dans l'espace. Celui-ci est défini ci après :

- Au solide (1), sont liés les repères  $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $R'_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$  où  $\vec{z}_1 = \vec{z}'_0$ . On note  $\alpha_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = (\vec{z}_1, \vec{z}'_1) = -70^\circ$ . Le solide (1) est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O_0, \vec{z}_1)$  avec (0), d'angle variable  $\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}'_0, \vec{y}_1)$  ;
- Au solide (2), sont liés les repères  $R_2 = (O_0, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  et  $R'_2 = (O_0, \vec{x}_2, \vec{y}'_2, \vec{z}'_2)$  où  $\vec{z}_2 = \vec{z}'_1$ . On note  $\alpha_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}'_2) = (\vec{z}_2, \vec{z}'_2) = -60^\circ$ . Le solide (2) est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O_0, \vec{z}_2)$  avec (1), d'angle variable  $\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}'_1, \vec{y}_2)$  ;
- Au solide (3), est lié le repère  $R_3 = (O_0, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  où  $\vec{z}_3 = \vec{z}'_2$ . Le solide (3) est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O_0, \vec{z}_3)$  avec (2), d'angle variable  $\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}'_2, \vec{y}_3)$  ;
- A la pince (4), est lié le repère  $R_4 = (O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ , avec  $O_4$  non représenté sur le schéma ci-dessus. La pince (4) est en liaison glissière parfaite de direction  $\vec{z}_4 = \vec{z}_3 = \vec{z}_{3,4}$  avec (3).

### Paramètres géométriques :

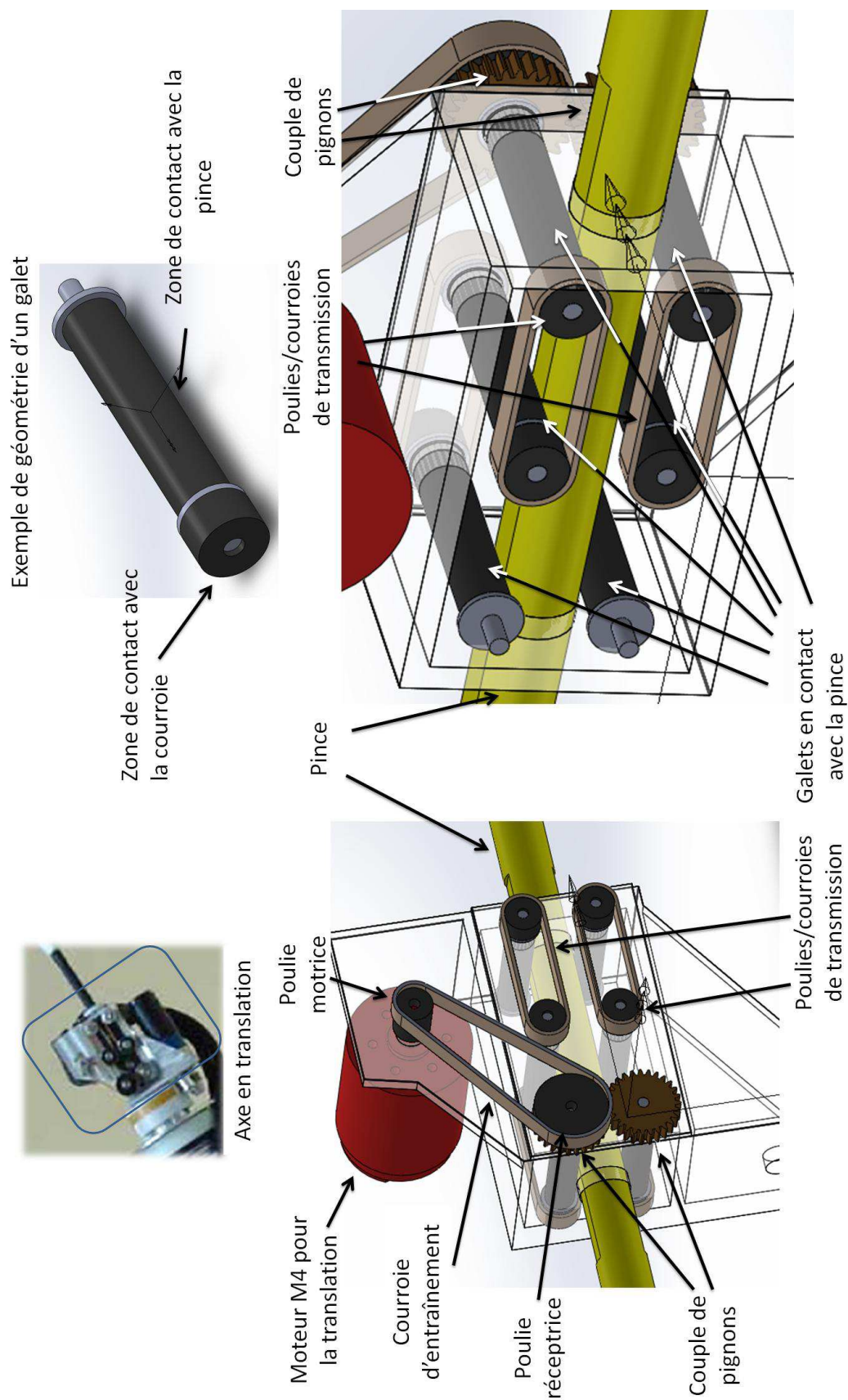
$\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$	$\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$	$\alpha_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}'_0) = 70^\circ$	$\alpha_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}'_2) = -60^\circ$
$\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$	$\vec{O_0O_4} = z(t) \cdot \vec{z}_4$	$\alpha_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = -70^\circ$	

A seul titre d'information, les figures de changement de base et les paramètres géométriques sont représentés sur les figures ci-dessous.

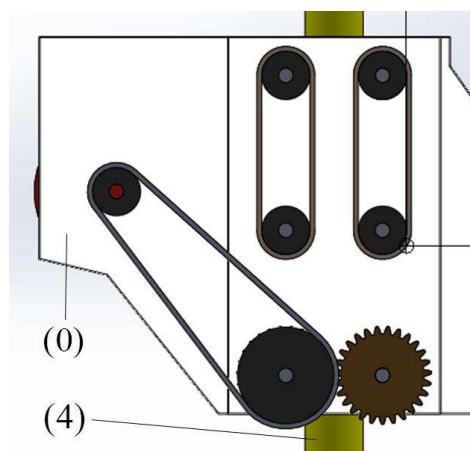




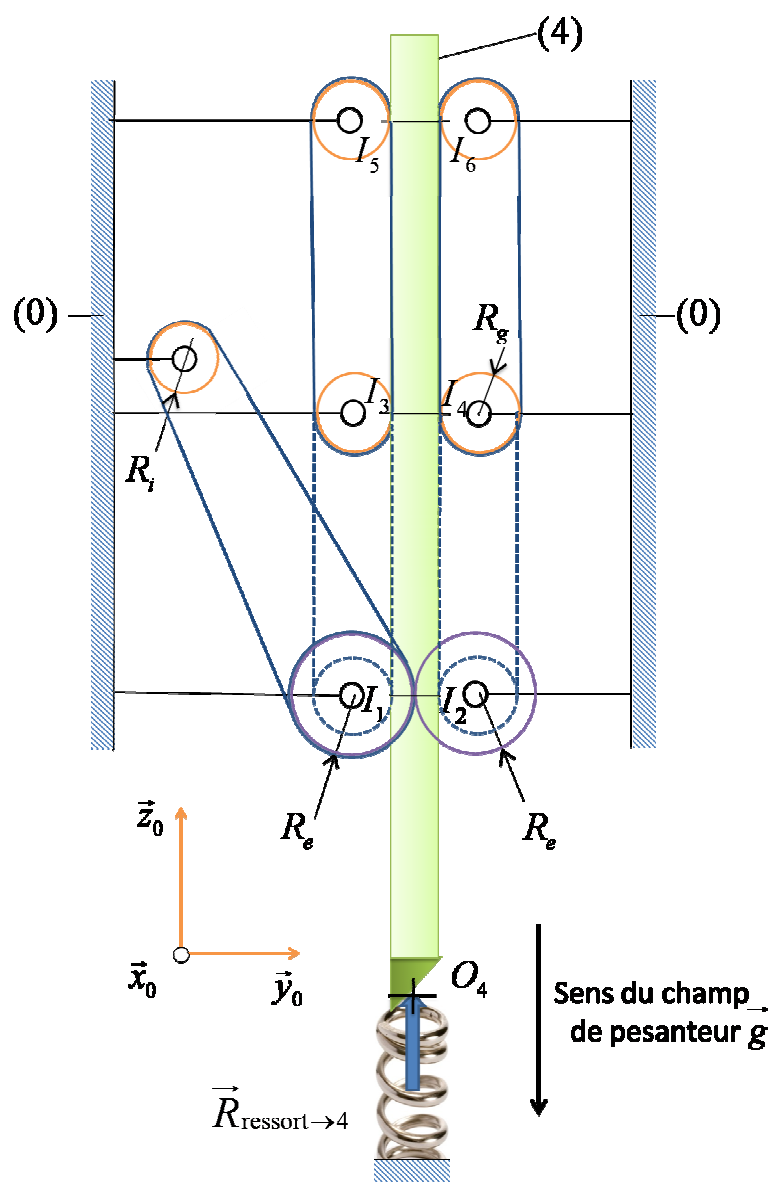
## Annexe 4 : Modèle CAO de la transmission d'effort sur la pince (4)



## Annexe 5 : Modèle de la transmission d'effort sur la pince (4) pour la définition de la loi de mouvement



Modèle CAO du système de transmission de puissance



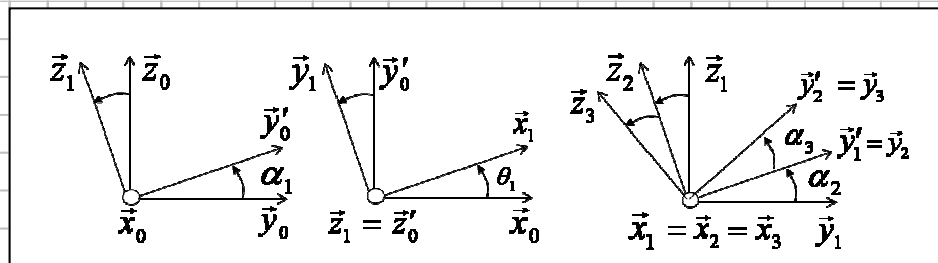
*Dans l'espace réponse réservé à chaque partie  
le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond.*

Question 1 :

Question 2 :



Question 3 :

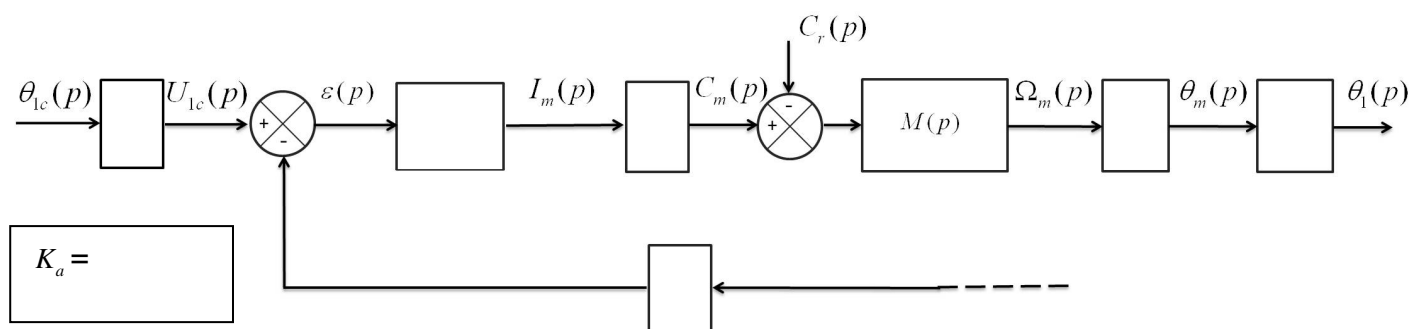


$C_{m01} =$

Application numérique :

Question 4 :

Question 5 :



Question 6 :

Question 7 :

Précision de mesure :

Conclusion :

Question 8 :

$v(t) =$

$z(t) =$

Question 9 :

$J =$

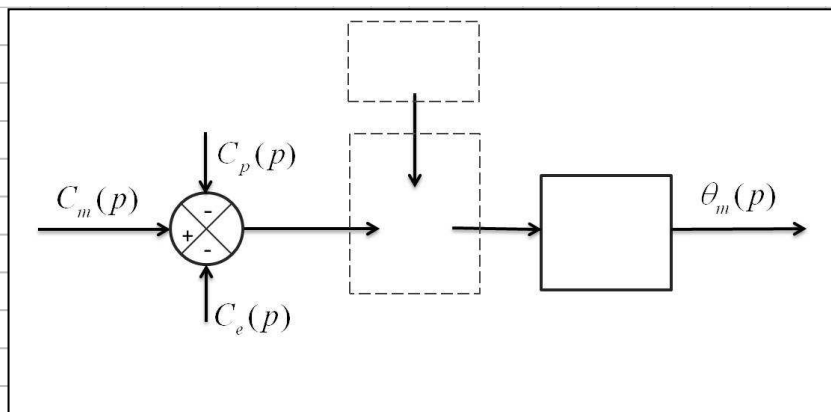
Question 10 :

Question 11 :

$C_e(t) =$

$C_p(t) =$

Question 12 :



Question 13 :

$H_1(p) =$

$H_2(p) =$

$H_3(p) =$

Question 14 :

$H_{BF}(p) =$

Question 15 :

$$G(p) =$$

Question 16 :

$$B =$$

$$\tau =$$

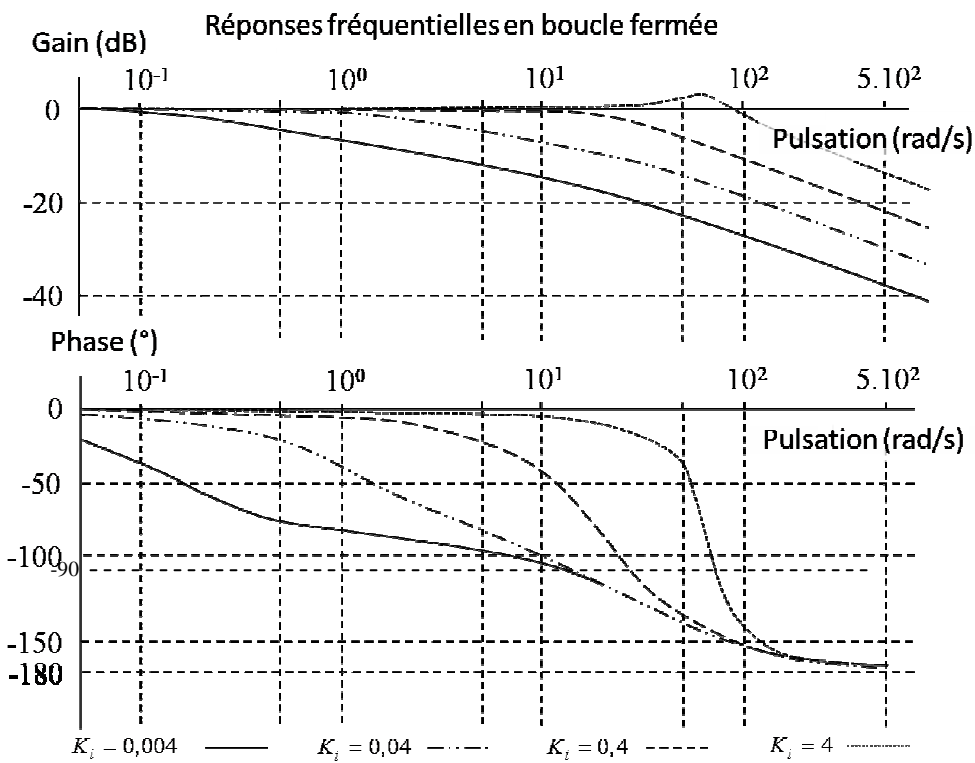
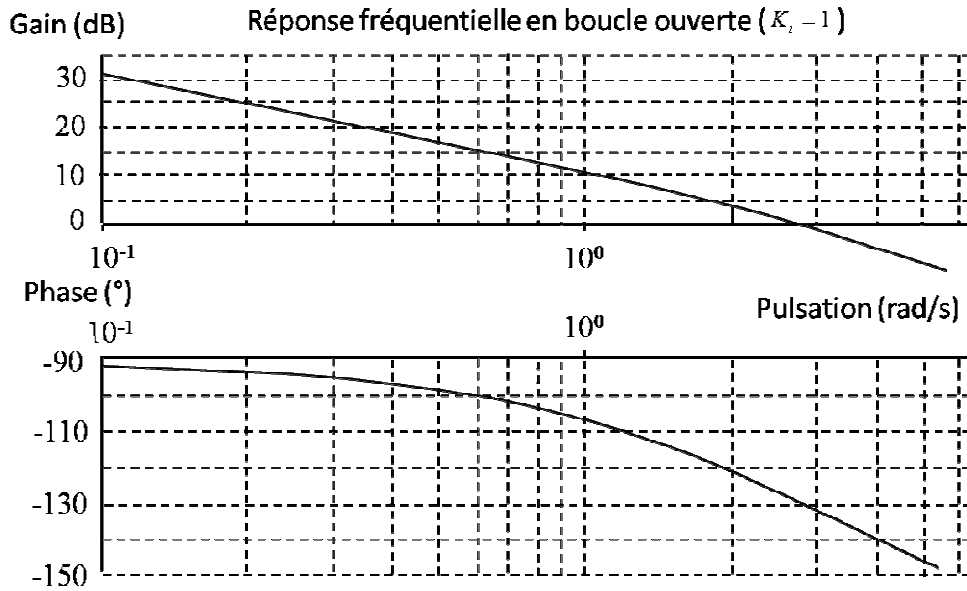
Question 17 :

Question 18 :

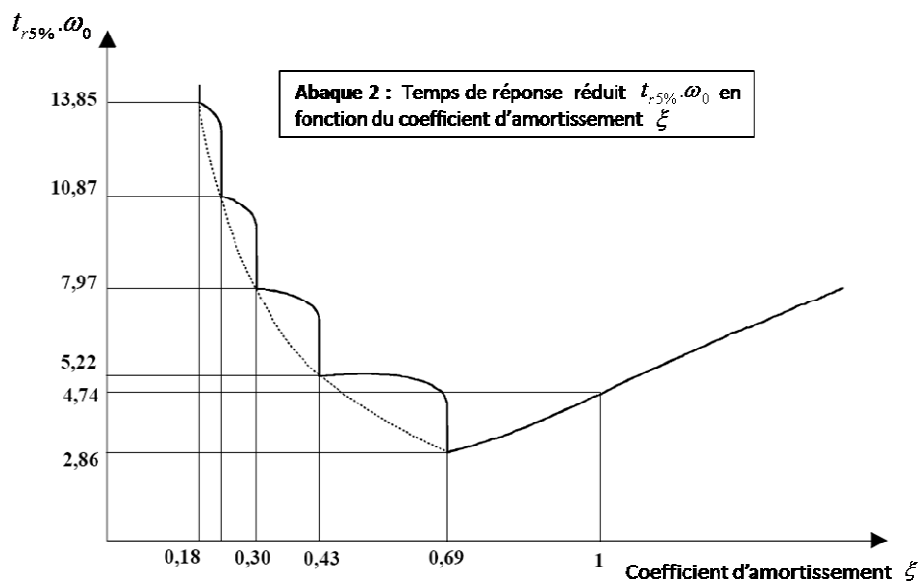
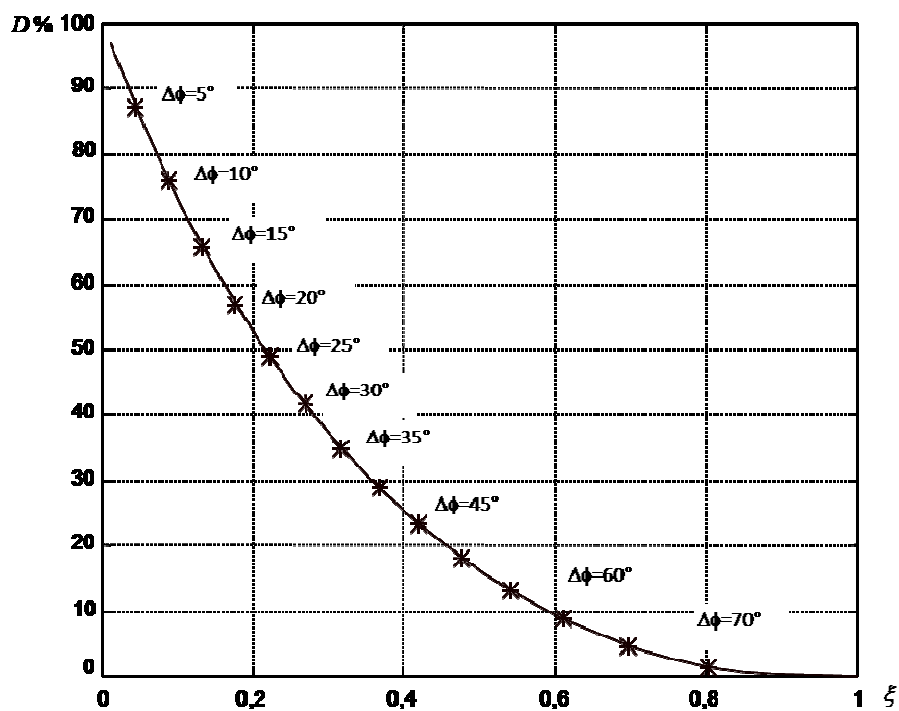
$$T_i =$$

**Copie MP page 6/9**  
**Tournez la page S.V.P.**

Question 19 :



**Abaque 1 : Premier dépassement  $D\%$  en régime indiciel en boucle fermée pour un système du second ordre en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$  (sur la courbe figure la marge de phase en boucle ouverte  $\Delta\phi$  en astérisque)**

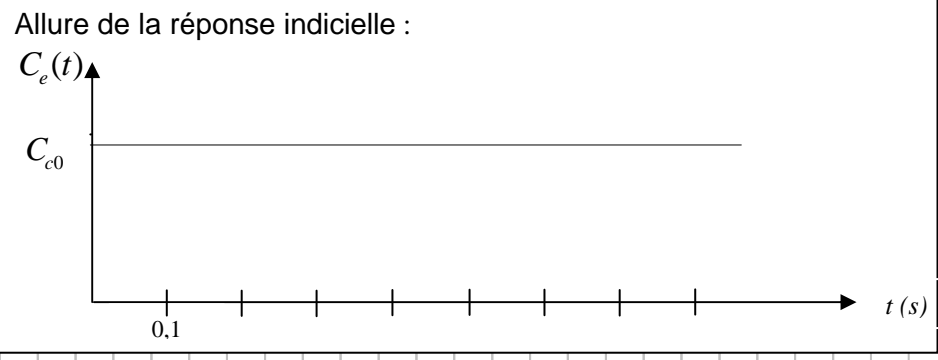


**Abaque 2 : Temps de réponse réduit  $t_{r,5\%} \cdot \omega_0$  en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$**

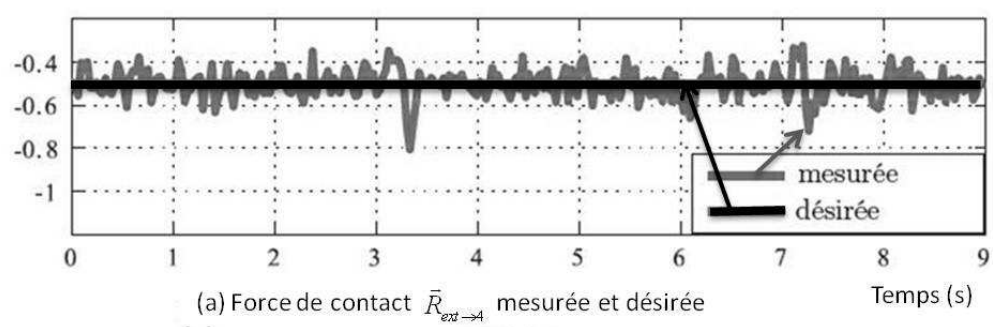
$K_i =$

Question 20 :

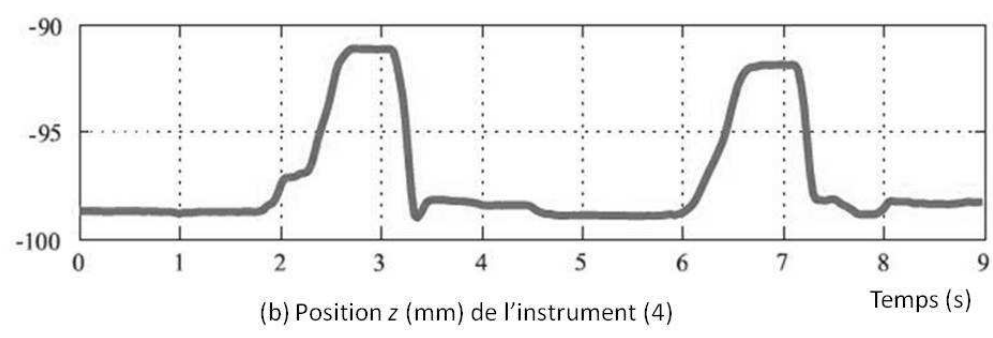
Critère	Valeur
Marges de stabilité	
Dépassement	
Tr5%	
Erreur statique en réponse à un échelon	



Question 21 :



(a) Force de contact  $\bar{R}_{ext \rightarrow 4}$  mesurée et désirée



(b) Position  $z$  (mm) de l'instrument (4)

Question 22 :